VII Fast Workshop en Matemática Aplicada y Computacional

Visualización Geométrica usando Smart Popus y Bagatrix

Lenin Araujo Castillo[1] Melisa Quispe Nacarino[2]

[1] Institución Educativa Particular
Dos de Mayo

[2] Universidad Privada
César Vallejo

[1]physicsleninac@hotmail.com, [2]melisa21.ucv@gmail.com

8 de enero de 2014

Contenido

Resumen

El trascurrir de nuestra experiencia nos ha permitido comprender que los problemas de la educación (EBR) y tecnológica no se resuelven únicamente garantizando el acceso de nuestros educandos al sistema educativo nacional, sino que se trata de lograr resultados educativos de calidad en el proceso de enseñanza- aprendizaje para lo cual es fundamental contar con la participación de docentes competentes, idóneos que usen software del tipo SMART que permita un acceso más efectivo, practico e inmediato en el proceso enseñanza- aprendizaje. Es por esto que este trabajo pretende mostrar que es posible el uso de estas TIC'S como una solución a la enseñanza-aprendizaje en la visualización y análisis de estudios geométricos, dando énfasis al uso correcto de los componentes educativos.

Veamos el caso de la Geometría

- En la actualidad un pequeñisimo grupo de iep y/o institutos cuenta con software específico para el desarrollo de la matemática desarrollándola en forma directa obviando los pasos necesarios. Es aqui donde la tecnologia de nuestra TIC se impone para que los usuarios sigan con el avance de la matemática.

Veamos el caso de la Geometría

- En la actualidad un pequeñisimo grupo de iep y/o institutos cuenta con software específico para el desarrollo de la matemática desarrollándola en forma directa obviando los pasos necesarios. Es aqui donde la tecnologia de nuestra TIC se impone para que los usuarios sigan con el avance de la matemática.

- Tomaremos el área de la geometría para mostrar; por ser ésta un tema más completo a lo que a procedimiento y visualización se refiere; de que sí es posible el desarrollo de la geometria a través de Maple.

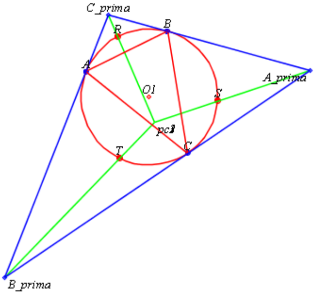
Veamos el caso de la Geometría

- En la actualidad un pequeñisimo grupo de iep y/o institutos cuenta con software específico para el desarrollo de la matemática desarrollándola en forma directa obviando los pasos necesarios. Es aqui donde la tecnologia de nuestra TIC se impone para que los usuarios sigan con el avance de la matemática.
- Tomaremos el área de la geometría para mostrar; por ser ésta un tema más completo a lo que a procedimiento y visualización se refiere; de que sí es posible el desarrollo de la geometria a través de Maple.
- Habiendo en el medio muchos temas para desarrollar como por ejemplo: Recta de Euler, Los Nueve puntos de Feuerbach,Triángulo de Napoleón, Punto de Exeter, etc. solo en éste fast voy a considerar como al Punto de Exeter para demostrar el desarrollo de la geometria paso a paso.

Punto de Exeter

Punto de Exeter (1986 - 2014)

Sea ABC un triangulo dado. La intersección de las líneas que pasan por los puntos A', B' y C' hacia R, S y T respectivamente (los cuales son puntos de intersección entre la circunferencia (c1) circunscrita al triángulo ABC con las medianas) tangentes a los vértices ABC; son concurrentes.



Algunos Criterios de Solución

Antes de usar las Tic´s

Asegurarme que el tipo de problema tenga base matemática(variables, ecuaciones, etc—conceptos previos).
Ubicación si el hardware es compatible con mi ejercicio.

Algunos Criterios de Solución

Antes de usar las Tic´s

Asegurarme que el tipo de problema tenga base matemática(variables, ecuaciones, etc—conceptos previos). Ubicación si el hardware es compatible con mi ejercicio.

Usamos las Tics al tope

Vamos a utilizar las Tic's; pero para nuestro problema sera Smart(Maple) y para poder comprobar aquellas operaciones básicas utilizaremos software procedural(Bagatrix).

Maple y Bagatrix

- Utilizaremos la tecnología SMART que nos brinda el Sistema Algebraico Computacional (SAC) Maple; el cual es un software que se basa en algoritmos funcionales; permitiendo de ésta manera mostrar la solución de nuestro problema a través de un ejemplo (Punto de Exeter).

Maple y Bagatrix

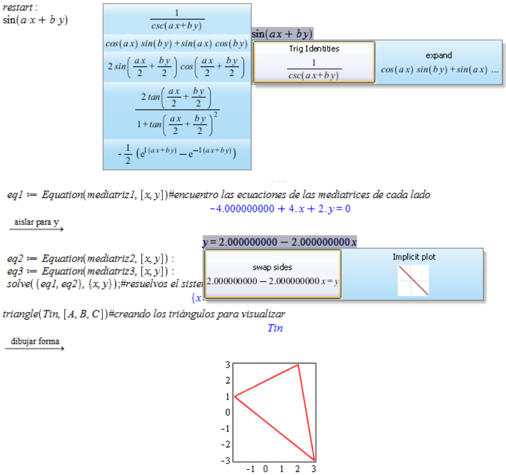
- Utilizaremos la tecnología SMART que nos brinda el Sistema Algebraico Computacional (SAC) Maple; el cual es un software que se basa en algoritmos funcionales; permitiendo de ésta manera mostrar la solución de nuestro problema a través de un ejemplo (Punto de Exeter).
- Algunas Características sobre Maple:- Contiene programación paralela- Posee paquetes específicos (geometry)- Posee clickable math- The Möbius Project- Math Apps- Language y Programming- Visualization

Maple y Bagatrix

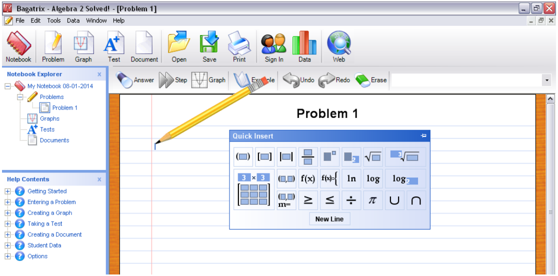
- Utilizaremos la tecnología SMART que nos brinda el Sistema Algebraico Computacional (SAC) Maple; el cual es un software que se basa en algoritmos funcionales; permitiendo de ésta manera mostrar la solución de nuestro problema a través de un ejemplo (Punto de Exeter).
- Algunas Características sobre Maple:- Contiene programación paralela- Posee paquetes específicos (geometry)- Posee clickable math- The Möbius Project- Math Apps- Language y Programming- Visualization
- En el caso de Bagatrix nos da el procedimiento.

¿Cómo funciona el SMART?

- Procedimiento a) Ingresamos las ecuaciones b) Seleccionamos lo anterior c) Esperamos que Maple nos muestre el resultado

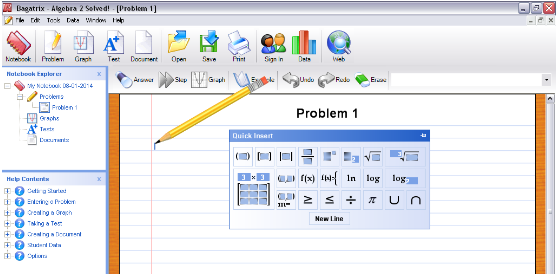


¿Cómo funciona el Bagatrix?



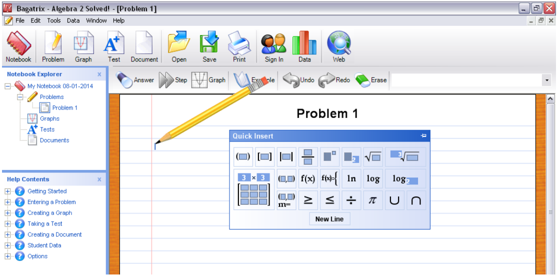
- Necesita como herramienta fundamental la Tecnologia Framework.

¿Cómo funciona el Bagatrix?



- Necesita como herramienta fundamental la Tecnologia Framework.
- No tiene algoritmos de tipo smart y no tiene programación paralela.

¿Cómo funciona el Bagatrix?



- Necesita como herramienta fundamental la Tecnologia Framework.
- No tiene algoritmos de tipo smart y no tiene programación paralela.
- Respaldo total a las ecuaciones con procedimiento; además posee evaluaciones en linea.

Ejemplo de Discretización de comandos

En nuestro caso usaremos lo siguiente:

line ------> comando que calcula la ecuación entre dos puntos (cálculo geométrico)

segment -------> comando que crea el trazo entre dos puntos (visualización geométrica)

Equation --------> crea la ecuación con sus respectivas variables

Algoritmo para Visualizar el Punto de Exeter

1.- Insertar los tres puntos (A, B y C)
- 1.1 tener en cuenta que sistema de coordenadas se usa 2D ó 3D

2.- Trazar el triángulo y las coordenadas del circuncentro
- 2.1 crear las líneas (lados)
- 2.2 crear los puntos medios
- 2.3 encontrar las mediatrices
  - 2.3.1 hallo las coordenadas del centro
  - 2.3.2 a través de la distancia hallo el radio
- 2.4 Visualizo el triángulo con las mediatrices y la circunferencia (c1) que pasa por los puntos A, B y C.

3.- Trazar las rectas tangentes a los vértices A, B y C
- 3.1 hallo los radios a los vértices A, B y C
- 3.2 creo las rectas perpendiculares a los radios
- 3.3 encuentro las coordenadas de las rectas tangentes
  - 3.3.1 intersección de las rectas tangentes (A_prima, B_prima y C_prima)
- 3.4 Visualizar las rectas tangentes

4.- Hallando las coordenadas entre la intersección de la circunferencia (c1) y las medianas del triángulo A, B y C
- 4.1 hallo las medianas
- 4.2 hallo la intersección entre la circunferencia (c1) y las medianas (R, S y T)
  - 4.2.1 solo deberá tomar el punto que NO pertenece al vértice.
- 4.3 Visualiza las coordenadas

5.- Comprobando el punto de Exeter
- 5.1 creo las rectas que unen A_prima a S, C_prima a R y B_prima a T.
- 5.2 hallo las coordenadas de la intersección entre las rectas anteriores (pc1, pc2 y pc3)
- 5.3 Visualizo las coordenadas anteriores

6.- Visualizar el Punto de Exeter
- 6.1 crear el triángulo interior (A, B y C) y exterior (A_prima, B_prima y C_prima)
- 6.2 crear los segmentos de Exeter
- 6.3 Visualizar el punto de Exeter

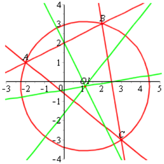
Solución con Maple Parte I

Ubicación de los puntos en un sistema cartesiano

restart : with(geometry) :#cargando la libreria de geometria en 2D
point(A,−2., 1.), point(B, 2., 3.), point(C, 3.,−3.) :# declaro los puntos con los cuales voy a trabajar

Trazando el Circuncentro

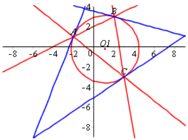
line(AB, [A, B]), line(BC, [B, C]), line(AC, [A, C]) :#creo los lados del triángulo a través de las lineas
midpoint(pmAB, A, B), midpoint(pmBC, B, C), midpoint(pmAC, A, C) :#hallo las coordenas de los puntos medios de cada lado
mediatriz1 ≔ PerpendicularLine(lm1, pmAB, AB) :#hallo las mediatrices de cada lado
mediatriz2 ≔ PerpendicularLine(lm2, pmBC, BC) :
mediatriz3 ≔ PerpendicularLine(lm3, pmAC, AC) :
eq1 ≔ Equation(mediatriz1, [x, y]) :#encuentro las ecuaciones de las mediatrices de cada lado
eq2 ≔ Equation(mediatriz2, [x, y]) :
eq3 ≔ Equation(mediatriz3, [x, y]) :
solve({eq1, eq2}, {x, y}) :#resuelvos el sistema de ecuaciones para hallar la coordenada del circucentro
solve({eq2, eq3}, {x, y}) :#corroboro lo anterior
intersection(centro, lm1, lm2), detail(centro) :#mejor utilizo el comando intersection para hallar las coordenadas del centro
distance(centro, A) :#hallo el radio para cada vértice
distance(centro, B) :
distance(centro, C) :
_EnvHorizontalName ≔ x :#ingreso el nombre de cada eje de coordenada
_EnvVerticalName ≔ y :
circle(c1, [A, B, C],'centername'= O1) :#encuentro la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A, B y C
radius(c1) :#hallando el radio
Equation(c1), coordinates(center(c1)) :#mostrando la ecuación de la circunferencia y la coordenada del centroid
draw([A(color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), B(color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), C(color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), AB(color = red), BC(color = red), AC(color = red), lm1(color = green), lm2(color = green), lm3(color = green), c1(color = red)], axes = normal, printtext = true, view = [−3 ..5,−4 ..4]);



Solución con Maple Parte II

Trazando las rectas tangentes en los vértices

```
line(radio_1, [A, centro]) :#hallando los radios de cada vértice
line(radio_2, [B, centro]) :
line(radio_3, [C, centro]) :
PerpendicularLine(lt1, A, radio_1) :#hallando la ecuación de las tangentes de cada lado
PerpendicularLine(lt2, B, radio_2) :
PerpendicularLine(lt3, C, radio_3) :
intersection(C_prima, lt1, lt2) :#hallando las coordenadas de las intersecciones de las tangentes
detail(C_prima) :
intersection(A_prima, lt2, lt3) :
detail(A_prima) :
intersection(B_prima, lt1, lt3) :
detail(B_prima) :
draw([A(color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), B(color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), C(color = blue, symbol
    = solidcircle, symbolsize = 10), AB(color = red), BC(color = red), AC(color = red), c1(color = red), lt1(color = blue), lt2(color = blue),
  lt3(color = blue)], axes = normal, printtext = true, view = [-9 ..9,-9 ..4]);
```



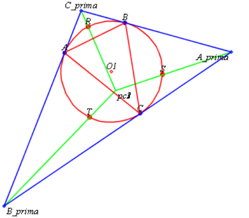
Hallando los puntos de intersección entre la mediana y la circunferencia circunscrita

```
line(mediana1, [A, pmBC]), line(mediana2, [B, pmAC]), line(mediana3, [C, pmAB]) :#encontrando las medianas
intersection(imc1, mediana1, c1, [p1, S]) :#imc1=intersección de la mediana con la circunferencia c1
detail(imc1) :
detail(S) :
intersection(imc2, mediana2, c1, [p3, T]) :
detail(imc2) :
detail(T) :
intersection(imc3, mediana3, c1, [R, p6]) :
detail(imc3) :
```

Solución con Maple Parte III

Comprobando y hallando el Punto de Exeter

```
line(TBprima, [T, B_prima]), line(RCprima, [R, C_prima]), line(SAprima, [S, A_prima]) :#creando las lineas de T a B_prima
intersection(pc1, TBprima, RCprima) :#pc1=punto concurrente 1 entre TBprima y RCprima
detail(pc1) :
intersection(pc2, RCprima, SAprima) :
detail(pc2) :
intersection(pc3, SAprima, TBprima) :
detail(pc3) :
segment(Rpc1, [C_prima, pc1]), segment(Spc2, [A_prima, pc2]), segment(Tpc3, [B_prima, pc3]) :
    #crando los segmentos para visualizar
triangle(Tin, [A, B, C]) :#creando los triángulos para visualizar
triangle(Tex, [A_prima, B_prima, C_prima]) :
draw([A(color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 13), B(color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 13), C(color
    = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 13), Tin(color = red), c1(color = red), Tex(color = blue), A_prima(color
    = blue), B_prima(color = blue), C_prima(color = blue), R(color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 15), S(color
    = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 15), T(color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 15), Tpc3(color = green),
    Rpc1(color = green), Spc2(color = green)], axes = normal, printtext = true, view = [-8 ..10, -10 ..5]);
```



Visualización

- La tecnología Smart si es viable para el desarrollo de la geometria en 2D.

Visualización

- La tecnología Smart si es viable para el desarrollo de la geometria en 2D.
- No se pierden las ecuaciones geométricas de cada objeto: punto, recta, circunferencia, etc.

Visualización

- La tecnología Smart si es viable para el desarrollo de la geometria en 2D.
- No se pierden las ecuaciones geométricas de cada objeto: punto, recta, circunferencia, etc.
- Seguimiento paso a paso del problema.

Visualización con Tic´s Smart

- Haber aplicado el enfoque pedagógico con la influencia de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y de la teoría socio-constructivista, basada en Vygotsky, que define el aprendizaje como un proceso personal de construcción de nuevos conocimientos a partir de saberes previos.

Visualización con Tic´s Smart

- Haber aplicado el enfoque pedagógico con la influencia de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y de la teoría socio-constructivista, basada en Vygotsky, que define el aprendizaje como un proceso personal de construcción de nuevos conocimientos a partir de saberes previos.

- Estar dentro de las rutas de aprendizaje junto con las orientaciones pedagógicas para el logro de aprendizajes fundamentales en los educandos.

Visualización con Tic´s Smart

- Haber aplicado el enfoque pedagógico con la influencia de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y de la teoría socio-constructivista, basada en Vygotsky, que define el aprendizaje como un proceso personal de construcción de nuevos conocimientos a partir de saberes previos.
- Estar dentro de las rutas de aprendizaje junto con las orientaciones pedagógicas para el logro de aprendizajes fundamentales en los educandos.
- Utilizar los Componentes Embebidos para la continuación de éste trabajo.

Referencias

- Jonathan M. Borwein, Matthew P. Skerritt, *An Introduction to Modern Mathematical Computing*, Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology 2011
- George A. Anastassiou, Iuliana F. Iatan , *Intelligent Routines, Springer*, 2013
- Ziya Sanal, *Mathematics for Engineers: Fundamentals, Applications in Maple and C ++*, Vieweg Teubner Verlag 2009
- Stephen Lynch, *Dynamical Systems with Applications using Maple*, Birkhauser Boston 2009
- Inna Shingareva Carlos Lizárraga-Celaya, *Maple and Mathematica A Problem Solving Approach for Mathematics*, Springer Wien NewYork 2009
- Wilhelm Forst, *Funktionentheorie erkunden mit Maple*, Springer 2012

Consideremos algunas preguntas

¿PREGUNTAS?

Muchas Gracias!!! Trujillo, 2014