XXXIII Coloquio de la Sociedad Matemática Peruana

Modelado y Análisis de Sistemas Mecánicos con Maplesoft

Lenin Araujo Castillo[1]

[1] Universidad César Vallejo
Escuela de Ingeniería Civil

[1]physicsleninac@hotmail.com

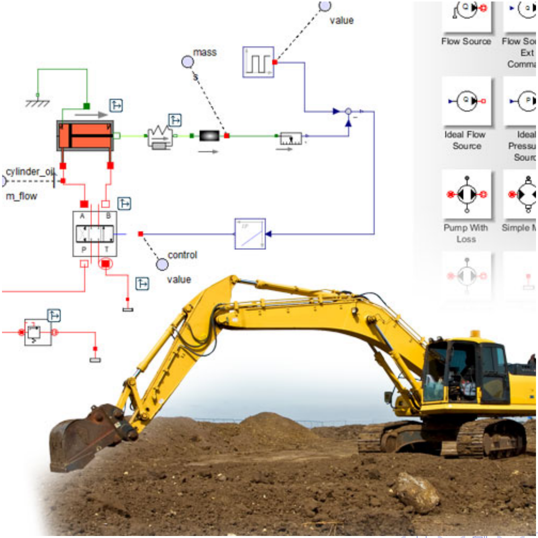
Huaraz, 05 de Octubre, 2015

Contenido

Resumen

En el presente trabajo vamos a demostrar las muchas diversidades de implementación en el modelado de sistemas mecánicos usando los components embedded a través de Maplesoft. Los sistemas mecánicos se utilizan para tareas diferentes y por tanto tienen diferente estructura en su diseño; en cuanto a la naturaleza de los elementos funcionales utilizados puestas en ellos, varian enormemente. Esta diversidad se refleja en los enfoques y prácticas en su modelado.Los siguientes casos se centran en los componentes mecánicos de las unidades de máquinas de fabricación y procesamiento. Podemos generar gráficas para su análisis usando diferentes parámetros dinámicos; todas en tiempo real para consideraciones en costos de su fabricación a partir de las ecuaciones de la conservación de la energía. Por tanto el modelado con maplesoft garantiza el buen rendimiento óptimo en sistemas mecánicos, resaltando los criterios de sostenibilidad para otras áreas de ingenieria.

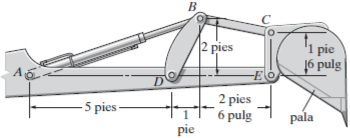
Aplicados a Maquinaria Pesada



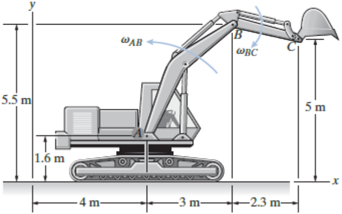
Punto de Partida

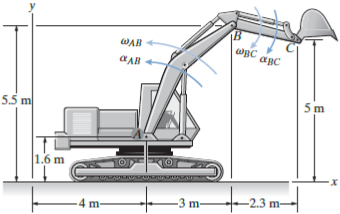
Palas Mecánicas

Unión de varios objetos sólidos.



Sistemas Mecánicos resueltos con componentes Maplesoft: Maple 2015





Aspectos importantes antes de proponer una solución

¿Por qué uso Maplesoft?

Intenterfaz amigable; posee hojas dinámicas y soporte en la nube.

Aspectos importantes antes de proponer una solución

¿Por qué uso Maplesoft?

Intenterfaz amigable; posee hojas dinámicas y soporte en la nube.

Maple y Maplesim

Con Maple realizamos el modelado en base a las ecuaciones dinámicas y Maplesim para modelar físicamente el objeto.

Aspectos importantes antes de proponer una solución

¿Por qué uso Maplesoft?

Intenterfaz amigable; posee hojas dinámicas y soporte en la nube.

Maple y Maplesim

Con Maple realizamos el modelado en base a las ecuaciones dinámicas y Maplesim para modelar físicamente el objeto.

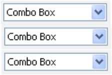
Identificación con la realidad

Todos los algorítmos se basan en un lenguaje algebraico computacional.

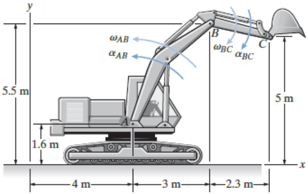
Algorítmo básico en hojas dinámicas

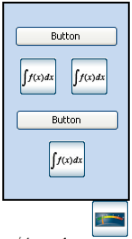
Inserción de ubicación/vectores

Modelado/Análisis

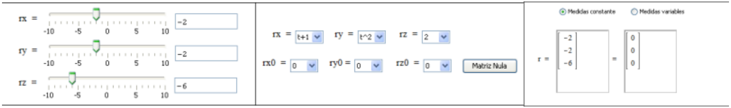


Manejo de componentes vectoriales



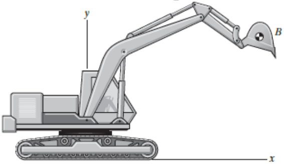


Velocidades/aceleraciones/ángulos



Soluciones Integrables

Problema de integrabilidad



m = 0 200 400 600 800 1000 | 180 kg

x = $-0.2 \cdot t^3 + 0.05 \cdot t^2 + 10$ m

y = $0.1 \cdot t^2 + 0.4 \cdot t + 6$ m

t = 1 s

F[x] = -198.00 N

F[y] = 1800.0 N

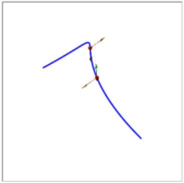
rx = -.2*t^3+0.5e-1*t^2+10 ry = .1*t^2+.4*t+6 rz = 0

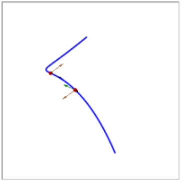
r = $\begin{bmatrix} -0.2\,t^3 + 0.05\,t^2 + 10 \\ 0.1\,t^2 + 0.4\,t + 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ m

Trayectoria Trayectoria con T y N en t

t1 = 0 s 0

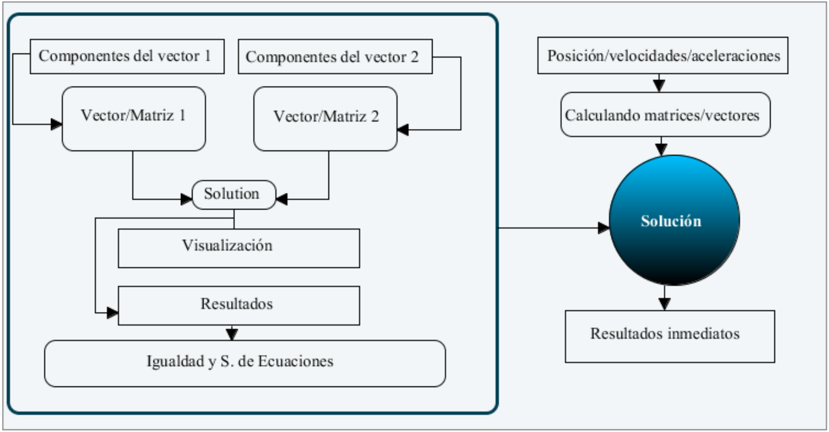
t2 = 3 s $\frac{1}{60}\pi$



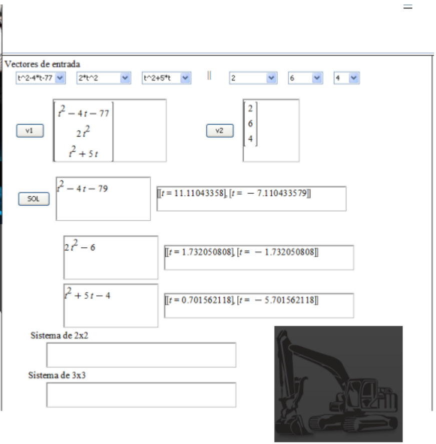


¿Cómo funciona el AF: Diagrama de bloques?

- Procedimiento a) Tener los objetos de entrada b) Salida óptima c) El AF debe aplicarse a cualquier problema

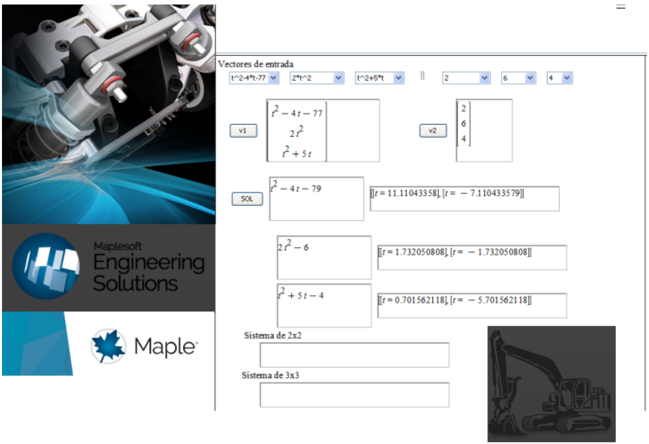


¿Cómo funciona el AF: I?



- Se interelacionan entre ellos.

¿Cómo funciona el AF: I?



- Se interelacionan entre ellos.
- Someter a pruebas de escritorio.

¿Cómo funciona el AF: II?

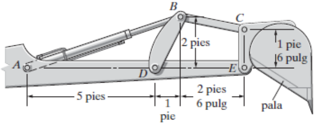
Button31 Action When Clicked

File Edit View

```
use DocumentTools in
restart:with(VectorCalculus);
Do(%MathContainer76=<%ComboBox6,%ComboBox7,%ComboBox8>);
Do(%MathContainer77=<%ComboBox9,%ComboBox10,%ComboBox11>);
######################Convirtiendo una matriz (vector) a una lista######################################
dc1:=Do(Array(convert(%MathContainer76,list))):
dc2:=Do(Array(convert(%MathContainer77,list))):
######################Jalando los elementos de una matriz (vector)######################################
Do(%MathContainer78=dc1[1]-dc2[1]);
Do(%MathContainer80=dc1[2]-dc2[2]);
Do(%MathContainer82=dc1[3]-dc2[3]);
#####################Resolvemos el sistema de ecuaciones de 2x2######################################
Do(%MathContainer79=evalf(solve(%MathContainer78,[t],symbolic=true)),5);
Do(%MathContainer81=evalf(solve(%MathContainer80,[t],symbolic=true)),5);
Do(%MathContainer83=evalf(solve(%MathContainer82,[t],symbolic=true)),5);
#####################Resolvemos el sistema de ecuaciones de 3x3######################################
eq1:=Do(dc1[1]-dc2[1]):
eq2:=Do(dc1[2]-dc2[2]):
eq3:=Do(dc1[3]-dc2[3]):
Do(%MathContainer84=evalf(solve({eq1,eq2},{x,y},symbolic=true)),5);#2x2
Do(%MathContainer85=evalf(solve({eq1,eq2,eq3},{x,y,z},symbolic=true)),5);#3x3
end use;
```

No errors

Ubicación de coordenadas:velocidades y acelraciones I



Ecuaciones a utilizar

$v_B = v_D + (\omega_{BD} x r_{B/D})$

Ingrese el punto inicial y final:

B = (6 , 2 , 0)

C = (8.5 , 1.5 , 0)

D = (5 , 0 , 0)

E = (8.5 , 0 , 0)

Visualizando sus componentes:

r[C/B] = $\begin{bmatrix} 2.5 \\ -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$ r[B/D] = $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ r[C/E] = $\begin{bmatrix} 0. \\ 1.5 \\ 0 \end{bmatrix}$

vD = $\langle 0, 0, 0 \rangle$ ω_{BD} = $\langle 0, 0, -1 \rangle$

v[B] = $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Ahora: $v_C = v_B + (\omega_{BC} x r_{C/B})$

ω_{BC} = $\langle 0, 0, w[BC] \rangle$

v[C] = $\begin{bmatrix} 2 + 0.5 w_{BC} \\ -1 + 2.5 w_{BC} \\ 0 \end{bmatrix}$ Pero también: $v_C = v_E + (\omega_{CE} x r_{C/E})$

vE = $\langle 0, 0, 0 \rangle$ ω_{CE} = $\langle 0, 0, w[CE] \rangle$

v[C] = $\begin{bmatrix} -1.5 w_{CE} \\ 0. \\ 0 \end{bmatrix}$

Ahora Resolvemos el Sistema de ecuaciones:

w[BC] y w[CE] = $-2 + 0.5 w_{BC}$

$-1. + 2.5 w_{BC}$

$[w_{BC} = 0.4000000000, w_{CE} = -1.466666667]$

Ubicación de coordenadas:velocidades y aceleraciones II

Ahora Calculando las aceleraciones:

$$a_B = a_D + (\alpha_{BD} \times r_{B/D}) - \omega_{BD}^2 \, r_{B/D}$$

$a_D = \langle 0, 0, 0\rangle$ $\alpha_{BD} = \langle 0, 0, 2\rangle$

a[B] $= \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$a_C = a_B + (\alpha_{BC} \times r_{C/B}) - \omega_{BC}^2 \, r_{C/B}$$

$\alpha_{BC} = \langle 0, 0, \alpha[BC]\rangle$ $\omega_{BC} = \langle 0, 0, 0.4\rangle$

a[C] $= \begin{bmatrix} -5.4 + 0.5\,\alpha_{BC} \\ 2.5\,\alpha_{BC} + 0.08 \\ 0.0 \end{bmatrix}$ I

$$a_C = a_E + (\alpha_{CE} \times r_{C/E}) - \omega_{CE}^2 \, r_{C/E}$$

$a_E = \langle 0, 0, 0\rangle$ $\alpha_{CE} = \langle 0, 0, \alpha[CE]\rangle$ $\omega_{CE} = \langle 0, 0, -1.4666\rangle$

a[C] $= \begin{bmatrix} -1.5\,\alpha_{CE} \\ -3.2263733400000003 \\ 0.0 \end{bmatrix}$ II

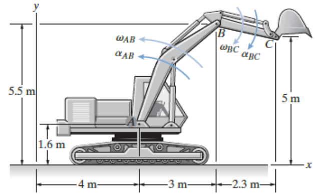
Resolviendo I y II:

alpha[BC] y alpha[CE] $=$ $-5.4 + 0.5\,\alpha_{BC} + 1.5\,\alpha_{CE}$

$2.5\,\alpha_{BC} + 3.306373340$

$\{\alpha_{BC} = -1.322549336, \alpha_{CE} = 4.040849779\}$

Matriz Nula



Ecuaciones a utilizar

$r_A = \langle 4, 1.6, 0\rangle$ $\quad r_B = \langle 7.0, 5.5, 0\rangle$ $\quad r_C = \langle 9.3, 5, 0\rangle$

r[B/A] $= \begin{bmatrix} 3.0 \\ 3.9 \\ 0.0 \end{bmatrix}$ $\quad$ r[C/B] $= \begin{bmatrix} 2.3000000000000007 \\ -0.5 \\ 0.0 \end{bmatrix}$

$\omega_{AB} = \langle 0, 0, \omega[AB]\rangle$ $\quad \alpha_{AB} = \langle 0, 0, \alpha[AB]\rangle$

$\omega_{BC} = \langle 0, 0, -\omega[BC]\rangle$ $\quad \alpha_{BC} = \langle 0, 0, -\alpha[BC]\rangle$

$v_B = \omega_{AB} \times r_{B/A}$ $\quad$ v[B] $= \begin{bmatrix} -3.9\,\omega_{AB} \\ 3.0\,\omega_{AB} \\ 0 \end{bmatrix}$ $\quad$ v[C] $= \langle 4, 0, 0\rangle$

$v_C = v_B + \omega_{BC} \times r_{C/B}$ $\quad$ v[C] $= \begin{bmatrix} -3.9\,\omega_{AB} - 0.5\,\omega_{BC} \\ 3.0\,\omega_{AB} - 2.3000000000000007\,\omega_{BC} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

w[AB] y w[BC] $= -3.9\,\omega_{AB} - 0.5\,\omega_{BC} - 4$

$3.0\,\omega_{AB} - 2.3000000000000007\,\omega_{BC}$

$[\omega_{AB} = -0.8787010506, \omega_{BC} = -1.146131805]$

$\omega_{AB} = \langle 0, 0, -0.8787\rangle$ $\quad \omega_{BC} = \langle 0, 0, -1.1461\rangle$

$a_B = (\alpha_{AB} \times r_{B/A}) - \omega_{AB}^2 r_{B/A}$ $\quad$ a[B] $= \begin{bmatrix} -3.9\,\alpha_{AB} - 2.31634107 \\ 3.0\,\alpha_{AB} - 3.0112433910000003 \\ 0.0 \end{bmatrix}$

$a_C = a_B + (\alpha_{BC} \times r_{C/B}) - \omega_{BC}^2 r_{C/B}$ $\quad$ a[C] $= \langle 0, 0, 0\rangle$

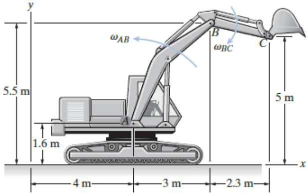
a[C] $= \begin{bmatrix} -3.9\,\alpha_{AB} - 5.337495053000001 - 0.5\,\alpha_{BC} \\ 3.0\,\alpha_{AB} - 2.354470786 - 2.3000000000000007\,\alpha_{BC} \\ 0.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

α[AB] y α[BC] $= -3.9\,\alpha_{AB} - 5.337495053 - 0.5\,\alpha_{BC}$

$3.0\,\alpha_{AB} - 2.354470786 - 2.3000000000000007\,\alpha_{BC}$

$[\alpha_{AB} = -1.060076717, \alpha_{BC} = -2.406391712]$

Igualdad Matricial



ω_{BC} = ⟨0, 0, −ω[BC]⟩ $v_C = v_B + \omega_{BC} \times r_{C/B}$ v[C] = $\begin{bmatrix} -7.8 - 0.5\,\omega_{BC} \\ 6.0 - 2.3000000000000007\,\omega_{BC} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$6.0 - 2.3000000000000007\,\omega_{BC}$ = $[\omega_{BC} = 2.608695652]$ ---> 2.6086 $\begin{bmatrix} -9.10430 \\ 0.000220000 \\ 0 \end{bmatrix}$

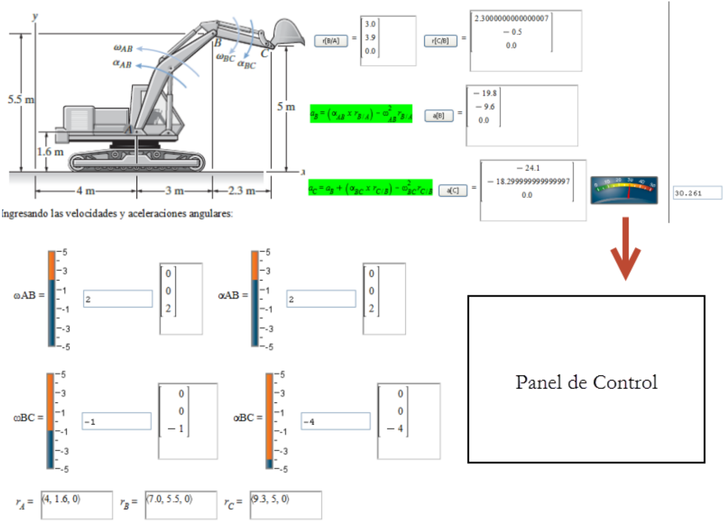
Ingresando las ubicaciones:

A = ⟨4, 1.6, 0⟩ B = ⟨7, 5.5, 0⟩ C = ⟨9.3, 5, 0⟩ r[B/A] y r[C/B] = $\begin{bmatrix} 3.0 \\ 3.9 \\ 0.0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2.3000000000000007 \\ -0.5 \\ 0.0 \end{bmatrix}$

ω_{AB} = 2 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ω_{BC} = −4 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$

$v_B = \omega_{AB} \times r_{B/A}$ v[B] = $\begin{bmatrix} -7.8 \\ 6.0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $v_C = v_B + \omega_{BC} \times r_{C/B}$ v[C] = [[− 9.8], [− 3.19999999999999\ 93], [0.0]]

Panel de Control



Visualización

- La inserción de AF en diagrama de bloques es inevitable.

Visualización

- La inserción de AF en diagrama de bloques es inevitable.
- Programar de acuerdo a las ecuaciones de conservación de energía.

Visualización

- La inserción de AF en diagrama de bloques es inevitable.
- Programar de acuerdo a las ecuaciones de conservación de energía.
- Respuestas en tiempo real.

Hojas Dinámicas

- Haber logrado la solución completa de un sistema mecánico.

Hojas Dinámicas

- Haber logrado la solución completa de un sistema mecánico.
- Utilización de los diagramas de bloques en forma óptima.

Hojas Dinámicas

- Haber logrado la solución completa de un sistema mecánico.
- Utilización de los diagramas de bloques en forma óptima.
- Reducir significativamente el tiempo de calculo.

Referencias

- Frank E. Harris, *Mathematics for Physical Science and Engineering*, Academic Press is an imprint of Elsevier 2014
- Thomas Westermann, *Ingenieurmathematik kompakt mit Maple*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012
- Ziya Sanal, *Mathematik für Ingenieure Grundlagen Anwendungen in Maple*, Springer Fachmedien Wiesbaden 2015
- Stephen Lynch, *Dynamical Systems with Applications using Maple*, Birkhauser Boston 2009
- Wilhelm Forst, *Funktionentheorie erkunden mit Maple*, Springer 2012

Consideremos algunas preguntas

¿PREGUNTAS?

Muchas Gracias!!! Huaraz, 2015