

```

> #
> # define theta function
> #
> u:=array(1..14):
> #ck:=sqrt(GK/EIWW*(AIrr-AK)/AIrr):
> #r:=(AIrr-AK)/AIrr/k:
> shkx:=sinh(ck*x):
> shka:=sinh(ck*a):
> chkx:=cosh(ck*x):
> chka:=cosh(ck*a):
> D1:=2*(chka-1)*r-a*shka:
> #
> g1:=((r*chka-a*shka-r)*chkx+(a*chka-r*shka)*shkx+(chka-1)*r)/D1:
> g2:=((r-r*chka)*chkx+(r*shka-a)*shkx+(chka-1)*r)/D1:
> g3:=(-shka*chkx+(chka-1)*shkx+shka)/D1:
> g4:=(shka*chkx+(1-chka)*shkx-shka)/D1:
> #
> tmp:=r*(r*chka-a*shka-r):
> h1:=(tmp*shkx+r*(a*chka-r*shka)*chkx+(chka-1)*r*x+(r^2*shka-r*a*chka))/D1:
> tmp1:=r*(r-r*chka):
> h2:=(tmp1*shkx+r*(r*shka-a)*chkx+(chka-1)*r*x+(r*a-r*r*shka))/D1:
> h3:=(-r*shka*shkx+r*(chka-1)*chkx+x*shka+(r*chka-r-a*shka))/D1:
> h4:=(r*shka*shkx+r*(1-chka)*chkx-x*shka+r*(chka-1))/D1:
> #
> q:=g1*u[7]+g2*u[14]+g3*u[4]+g4*u[11]:
> qx:=h1*u[7]+h2*u[14]+h3*u[4]+h4*u[11]:
> #
> qp1:=diff(q,x):
> qp2:=diff(qp1,x):
> qxp1:=diff(qx,x):
> qxp2:=diff(qxp1,x):
> #
> #simplify(qxp2-qp1);
> #simplify(qxp1-q);
> g1p:=diff(g1,x):
> h1p:=diff(h1,x):
> SK0:=array(1..3):
> SK0[1]:=EIWW*int(g1p^2,x=0..a):
> SK0[2]:=GIRR*int(h1p^2,x=0..a):
> SK0[3]:=(GK-GIRR)*(2*int(g1*h1p,x=0..a)-int(g1^2,x=0..a));
> SK0[1]:=simplify(SK0[1]);
> SK0[2]:=simplify(SK0[2]);
> SK0[3]:=simplify(SK0[3]);
> SKA:=array(1..3):
> SKA[1]:=convert(SK0[1],exp):
> SKA[2]:=convert(SK0[2],exp):
> SKA[3]:=convert(SK0[3],exp):
> SKA[1]:=simplify(SKA[1]);
> SKA[2]:=simplify(SKA[2]);
> SKA[3]:=simplify(SKA[3]);
> S77:=simplify(SKA[1]+SKA[2]+SKA[3]);

> with(CodeGeneration):
> C(SKA,output="S77"):
> #C(S77,output="S77A"):

```

```

> r:=10.054740887136681:
> a:=0.2:
> EIWW:=58800.:
> GK:=581.53846153846166:
> GIRR:=4422115.3846153859:
> D1:=-6.542311650125851E-7:
> ck:=0.099442492290362783:
> SK0[1];
> SK0[2];
> SK0[3];
> SK0_SUM:=SK0[1]+SK0[2]+SK0[3];
> SKA[1];
> SKA[2];
> SKA[3];
> SKA_SUM:=SKA[1]+SKA[2]+SKA[3];
> S77;

```

$$\begin{aligned}
SK0_1 &:= (EIWW \cdot ck \cdot (-2r^2 \sinh(cka) + 2ra + 2ra \cosh(cka) + 2a^2 \sinh(cka) \cosh(cka) \\
&\quad + 2r^2 \cosh(cka) \sinh(cka) - 4 \cosh(cka)^2 ra - 4a \sinh(cka) \cosh(cka) r \\
&\quad + 2a^2 \cosh(cka)^2 + 2r^2 \cosh(cka)^2 + 2ra \sinh(cka) - 2r^2 \cosh(cka) - a^2 \\
&\quad + 4a \sinh(cka) \cosh(cka) r e^{4cka} + 8ra^2 \sinh(cka) ck e^{2cka} - 8r^2 \cosh(cka) ck a e^{2cka} \\
&\quad - 2r^2 \cosh(cka)^2 e^{4cka} - 2r^2 \sinh(cka) e^{4cka} + 2r^2 \cosh(cka) e^{4cka} - 4a^3 ck e^{2cka} \\
&\quad - 2a^2 \cosh(cka)^2 e^{4cka} + 2a^2 \sinh(cka) \cosh(cka) e^{4cka} \\
&\quad + 2r^2 \cosh(cka) \sinh(cka) e^{4cka} - 4 \cosh(cka)^2 ra e^{4cka} - 2ra \sinh(cka) e^{4cka} \\
&\quad + 2ra \cosh(cka) e^{4cka} + 8r^2 ck a e^{2cka} - 4ra \cosh(cka) e^{2cka} \\
&\quad - 4a^2 \sinh(cka) \cosh(cka) e^{2cka} - 4r^2 \cosh(cka) \sinh(cka) e^{2cka} \\
&\quad + 8 \cosh(cka)^2 ra e^{2cka} - 4ra e^{2cka} + 4r^2 \sinh(cka) e^{2cka} + 2e^{4cka} ar + e^{4cka} a^2) \\
&\quad e^{-2cka}) / (8(4a \sinh(cka) \cosh(cka) r - a^2 \cosh(cka)^2 - 4r^2 \cosh(cka)^2 \\
&\quad - 4ra \sinh(cka) + 8r^2 \cosh(cka) + a^2 - 4r^2)) \\
SK0_2 &:= - (GIRR r^2 \cdot (-8r e^{cka} + 8e^{3cka} r + 8e^{2cka} a - e^{4cka} a^2 ck \\
&\quad - 2ck a^2 \sinh(cka) \cosh(cka) - 2ck r^2 \cosh(cka) \sinh(cka) + 4ck \cosh(cka)^2 ra \\
&\quad - 2ck ra \cosh(cka) - 2ck e^{4cka} ar - 2ra \sinh(cka) ck + a^2 ck + 2r^2 \cosh(cka) ck \\
&\quad + 8a \cosh(cka)^2 e^{cka} - 8r \cosh(cka)^2 e^{cka} - 8a \sinh(cka) e^{cka} + 8r \sinh(cka) e^{cka} \\
&\quad - 8a \cosh(cka) e^{cka} + 16 \cosh(cka) r e^{cka} - 16 \sinh(cka) e^{2cka} r \\
&\quad - 8a \cosh(cka)^2 e^{2cka} - 8a \cosh(cka) e^{3cka} - 16 \cosh(cka) r e^{3cka} \\
&\quad + 8a \cosh(cka)^2 e^{3cka} + 8r \cosh(cka)^2 e^{3cka} + 8a \sinh(cka) e^{3cka} \\
&\quad + 8r \sinh(cka) e^{3cka} - 2ck a^2 \cosh(cka)^2 - 2ck r^2 \cosh(cka)^2 \\
&\quad + 4ck a \sinh(cka) \cosh(cka) r + 2ck r^2 \sinh(cka) - 4ck^2 a^3 e^{2cka} - 2ck ra \\
&\quad + 8ck^2 r a^2 \sinh(cka) e^{2cka} - 2ck r a \cosh(cka) e^{4cka} - 8ck^2 r^2 \cosh(cka) a e^{2cka} \\
&\quad - 2ck a^2 \sinh(cka) \cosh(cka) e^{4cka} - 2ck r^2 \cosh(cka) \sinh(cka) e^{4cka} \\
&\quad + 4ck \cosh(cka)^2 r a e^{4cka} + 2ck r a \sinh(cka) e^{4cka} + 16 \sinh(cka) \cosh(cka) e^{2cka} r \\
&\quad - 8a \sinh(cka) \cosh(cka) e^{3cka} - 8r \sinh(cka) \cosh(cka) e^{3cka}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 c k a^2 \cosh(c k a)^2 e^{4 c k a} + 2 c k r^2 \cosh(c k a)^2 e^{4 c k a} + 2 c k r^2 \sinh(c k a) e^{4 c k a} \\
& - 2 c k r^2 \cosh(c k a) e^{4 c k a} - 4 c k a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r e^{4 c k a} + 8 c k^2 r^2 a e^{2 c k a} \\
& + 8 a \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{c k a} + 4 c k r a e^{2 c k a} - 8 r \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{c k a} \\
& - 4 c k r^2 \sinh(c k a) e^{2 c k a} + 4 c k r^2 \cosh(c k a) \sinh(c k a) e^{2 c k a} - 8 c k \cosh(c k a)^2 r a e^{2 c k a} \\
& + 4 c k r a \cosh(c k a) e^{2 c k a} + 4 c k a^2 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{2 c k a}) e^{-2 c k a} \Big) / \\
& (8 (4 a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r - a^2 \cosh(c k a)^2 - 4 r^2 \cosh(c k a)^2 - 4 r a \sinh(c k a) \\
& + 8 r^2 \cosh(c k a) + a^2 - 4 r^2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SK0_3 := (GK - GIRR) & \left((r (-4 c k a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r e^{c k a} - 4 \cosh(c k a)^2 e^{3 c k a} c k r^2 \right. \\
& - 4 \sinh(c k a) e^{3 c k a} c k r^2 + 8 \cosh(c k a) e^{3 c k a} c k r^2 - 8 \cosh(c k a) e^{2 c k a} a + 4 c k r^2 e^{c k a} \\
& + 4 r e^{c k a} - 4 e^{3 c k a} r + 4 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{3 c k a} a c k r + e^{4 c k a} a^2 c k - 4 e^{3 c k a} c k r^2 \\
& + 2 c k a^2 \sinh(c k a) \cosh(c k a) + 2 c k r^2 \cosh(c k a) \sinh(c k a) - 4 c k \cosh(c k a)^2 r a \\
& + 2 c k r a \cosh(c k a) + 2 c k e^{4 c k a} a r + 2 r a \sinh(c k a) c k - a^2 c k - 2 r^2 \cosh(c k a) c k \\
& + 4 \cosh(c k a) e^{3 c k a} a c k r - 4 \sinh(c k a) e^{3 c k a} a c k r + 4 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{3 c k a} c k r^2 \\
& - 4 \cosh(c k a)^2 e^{3 c k a} a c k r - 4 a \cosh(c k a)^2 e^{c k a} + 4 r \cosh(c k a)^2 e^{c k a} \\
& + 4 a \sinh(c k a) e^{c k a} - 4 r \sinh(c k a) e^{c k a} + 4 a \cosh(c k a) e^{c k a} - 8 \cosh(c k a) r e^{c k a} \\
& + 4 c k r^2 \cosh(c k a) \sinh(c k a) e^{c k a} - 4 c k \cosh(c k a)^2 r a e^{c k a} + 4 r a \sinh(c k a) c k e^{c k a} \\
& + 4 c k r a \cosh(c k a) e^{c k a} + 8 \sinh(c k a) e^{2 c k a} r + 8 a \cosh(c k a)^2 e^{2 c k a} \\
& + 4 a \cosh(c k a) e^{3 c k a} + 8 \cosh(c k a) r e^{3 c k a} - 4 a \cosh(c k a)^2 e^{3 c k a} \\
& - 4 r \cosh(c k a)^2 e^{3 c k a} - 4 a \sinh(c k a) e^{3 c k a} - 4 r \sinh(c k a) e^{3 c k a} + 2 c k a^2 \cosh(c k a)^2 \\
& + 2 c k r^2 \cosh(c k a)^2 - 4 c k a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r - 4 c k r^2 \sinh(c k a) e^{c k a} \\
& - 8 r^2 \cosh(c k a) c k e^{c k a} + 4 c k r^2 \cosh(c k a)^2 e^{c k a} - 2 c k r^2 \sinh(c k a) + 4 c k^2 a^3 e^{2 c k a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 c k r a - 8 c k^2 r a^2 \sinh(c k a) e^{2 c k a} + 2 c k r a \cosh(c k a) e^{4 c k a} \\
& + 8 c k^2 r^2 \cosh(c k a) a e^{2 c k a} + 2 c k a^2 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{4 c k a} \\
& + 2 c k r^2 \cosh(c k a) \sinh(c k a) e^{4 c k a} - 4 c k \cosh(c k a)^2 r a e^{4 c k a} \\
& - 2 c k r a \sinh(c k a) e^{4 c k a} - 8 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{2 c k a} r \\
& + 4 a \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{3 c k a} + 4 r \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{3 c k a} \\
& - 2 c k a^2 \cosh(c k a)^2 e^{4 c k a} - 2 c k r^2 \cosh(c k a)^2 e^{4 c k a} - 2 c k r^2 \sinh(c k a) e^{4 c k a} \\
& + 2 c k r^2 \cosh(c k a) e^{4 c k a} + 4 c k a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r e^{4 c k a} - 8 c k^2 r^2 a e^{2 c k a} \\
& - 4 a \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{c k a} - 12 c k r a e^{2 c k a} + 4 r \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{c k a} \\
& + 12 c k r^2 \sinh(c k a) e^{2 c k a} - 12 c k r^2 \cosh(c k a) \sinh(c k a) e^{2 c k a} \\
& + 8 c k \cosh(c k a)^2 r a e^{2 c k a} + 4 c k r a \cosh(c k a) e^{2 c k a} \\
& - 4 c k a^2 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{2 c k a}) / (4 c k (4 a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r \\
& - a^2 \cosh(c k a)^2 - 4 r^2 \cosh(c k a)^2 - 4 r a \sinh(c k a) + 8 r^2 \cosh(c k a) + a^2 - 4 r^2)) \\
& - ((-2 r^2 \sinh(c k a) + 2 r a + 2 r a \cosh(c k a) - 8 r^2 e^{3 c k a} + 2 a^2 \sinh(c k a) \cosh(c k a) \\
& + 2 r^2 \cosh(c k a) \sinh(c k a) - 4 \cosh(c k a)^2 r a - 4 a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r \\
& + 2 a^2 \cosh(c k a)^2 + 2 r^2 \cosh(c k a)^2 - 8 r a \cosh(c k a)^2 e^{c k a} + 8 r a \sinh(c k a) e^{c k a} \\
& + 8 r a \cosh(c k a) e^{c k a} + 8 r^2 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{c k a} - 8 r a \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{c k a} \\
& + 2 r a \sinh(c k a) - 2 r^2 \cosh(c k a) - a^2 + 8 r^2 \cosh(c k a)^2 e^{c k a} - 8 r^2 \sinh(c k a) e^{c k a} \\
& - 16 \cosh(c k a) r^2 e^{c k a} + 8 r^2 e^{c k a} + 4 a \sinh(c k a) \cosh(c k a) r e^{4 c k a} \\
& - 8 r a^2 \sinh(c k a) c k e^{2 c k a} + 24 r^2 \cosh(c k a) c k a e^{2 c k a} - 2 r^2 \cosh(c k a)^2 e^{4 c k a} \\
& - 2 r^2 \sinh(c k a) e^{4 c k a} + 2 r^2 \cosh(c k a) e^{4 c k a} + 4 a^3 c k e^{2 c k a} - 2 a^2 \cosh(c k a)^2 e^{4 c k a} \\
& + 2 a^2 \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{4 c k a} + 2 r^2 \cosh(c k a) \sinh(c k a) e^{4 c k a} \\
& - 4 \cosh(c k a)^2 r a e^{4 c k a} - 2 r a \sinh(c k a) e^{4 c k a} + 2 r a \cosh(c k a) e^{4 c k a} \\
& - 16 r^2 c k a e^{2 c k a} + 16 r^2 \cosh(c k a) e^{3 c k a} - 8 r^2 \cosh(c k a)^2 e^{3 c k a} - 8 r^2 \sinh(c k a) e^{3 c k a} \\
& - 8 c k \cosh(c k a)^2 r^2 a e^{2 c k a} + 8 r a \sinh(c k a) \cosh(c k a) e^{3 c k a} - 20 r a \cosh(c k a) e^{2 c k a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4 a^2 \sinh(ck a) \cosh(ck a) e^{2 c k a} - 20 r^2 \cosh(ck a) \sinh(ck a) e^{2 c k a} \\
& + 24 \cosh(ck a)^2 r a e^{2 c k a} - 4 r a e^{2 c k a} + 20 r^2 \sinh(ck a) e^{2 c k a} - 8 r a \sinh(ck a) e^{3 c k a} \\
& + 8 r a \cosh(ck a) e^{3 c k a} + 8 r^2 \sinh(ck a) \cosh(ck a) e^{3 c k a} - 8 r a \cosh(ck a)^2 e^{3 c k a} \\
& + 2 e^{4 c k a} a r + e^{4 c k a} a^2) e^{-2 c k a}) / (8 c k (4 a \sinh(ck a) \cosh(ck a) r - a^2 \cosh(ck a)^2 \\
& - 4 r^2 \cosh(ck a)^2 - 4 r a \sinh(ck a) + 8 r^2 \cosh(ck a) + a^2 - 4 r^2)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SK0_1 := & \left(EIWW \left(\left(-\frac{(a-r)^2 \cosh(ck a)^2}{2} - \frac{((a-r) \sinh(ck a) + r) (a-r) \cosh(ck a)}{2} \right. \right. \right. \right. \\
& - \frac{r (a-r) \sinh(ck a)}{2} + \frac{a (a-2 r)}{4} \Big) e^{-2 c k a} + \left(\frac{(a+r)^2 \cosh(ck a)^2}{2} \right. \\
& \left. \left. \left. \left. - \frac{(a+r) ((a+r) \sinh(ck a) + r) \cosh(ck a)}{2} + \frac{r (a+r) \sinh(ck a)}{2} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \frac{a (a+2 r)}{4} \right) e^{2 c k a} - 2 \cosh(ck a)^2 r a + ((a^2 + r^2) \sinh(ck a) + 2 r^2 c k a \right. \\
& \left. \left. \left. \left. + r a) \cosh(ck a) + (-2 a^2 c k r - r^2) \sinh(ck a) + a (a^2 c k - 2 r^2 c k + r) \right) c k \right) \right. \right. \\
& (2 ((a^2 + 4 r^2) \cosh(ck a) - 4 r a \sinh(ck a) + a^2 - 4 r^2) (\cosh(ck a) - 1)) \\
SK0_2 := & - \left(GIRR \left(((2 c k r a + 2 a) \cosh(ck a)^2 + ((-a^2 c k - r^2 c k - 4 r) \sinh(ck a) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + 2 r^2 c k^2 a - c k r a) \cosh(ck a) + (-2 a^2 c k^2 r + r^2 c k + 4 r) \sinh(ck a) + a (a^2 c k^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - 2 c k^2 r^2 - c k r - 2) \right) e^{2 c k a} - \frac{1}{2} \left(((a+r)^2 \cosh(ck a)^2 - (a+r) ((a \right. \right. \\
& \left. \left. + r) \sinh(ck a) + r) \cosh(ck a) + r (a+r) \sinh(ck a) - \frac{a (a+2 r)}{2} \right) c k e^{4 c k a} \right) \\
& \left. \left. \left. - 2 ((a+r) \cosh(ck a) + (-a-r) \sinh(ck a) - r) (\cosh(ck a) - 1) e^{3 c k a} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{(-4 e^{c k a} + c k (a-r)) (a-r) \cosh(ck a)^2}{2} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \left(\frac{(-4 e^{c k a} + c k (a-r)) (a-r) \sinh(ck a)}{2} + (2 a - 4 r) e^{c k a} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{r c k (a-r)}{2} \right) \cosh(ck a) + \frac{(c k r + 4 e^{c k a}) (a-r) \sinh(ck a)}{2} + 2 r e^{c k a} \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \frac{c k a (a-2 r)}{4} \right) e^{-2 c k a} r^2 \right) \right) \right. \right. \right. \\
& (2 ((a^2 + 4 r^2) \cosh(ck a) - 4 r a \sinh(ck a) + a^2 \\
& - 4 r^2) (\cosh(ck a) - 1))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SK0_3 := & - \left((GK - GIRR) e^{-2 cka} \left(-\frac{1}{2} \left(\left((a+r)^2 \cosh(cka)^2 - (a+r) ((a+r) \sinh(cka) \right. \right. \right. \right. \right. \\
& + r) \cosh(cka) + r (a+r) \sinh(cka) - \frac{a (a+2 r)}{2} \left. \right) \left(ckr - \frac{1}{2} \right) e^{4 cka} \Big) \\
& + \left((3 r^2 cka - r a) \cosh(cka)^2 + \left(\left(-a^2 ckr - 3 ckr^3 + \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} r^2 \right) \sinh(cka) \right. \right. \\
& + 2 a r \left(ckr - \frac{1}{2} \right)^2 \Big) \cosh(cka) + \left(3 ckr^3 + \left(-\frac{1}{2} - 2 a^2 ck^2 \right) r^2 + a^2 ckr \right) \sinh(cka) \\
& + a \left(-2 r^3 ck^2 - r^2 ck + \left(\frac{1}{2} + a^2 ck^2 \right) r - \frac{a^2 ck}{2} \right) e^{2 cka} - (\cosh(cka) - 1) ck ((a \\
& + r) \cosh(cka) + (-a - r) \sinh(cka) - r) r^2 e^{3 cka} \\
& + \frac{\left(-2 ckr^2 e^{cka} + (a - r) \left(ckr - \frac{1}{2} \right) \right) (a - r) \cosh(cka)^2}{2} \\
& + \left(\frac{\left(-2 ckr^2 e^{cka} + (a - r) \left(ckr - \frac{1}{2} \right) \right) (a - r) \sinh(cka)}{2} + \left(ckr (a - 2 r) e^{cka} \right. \right. \\
& + \frac{(a - r) \left(ckr - \frac{1}{2} \right)}{2} \Big) r \Big) \cosh(cka) + \left(ckr e^{cka} + \frac{ckr}{2} - \frac{1}{4} \right) (a - r) r \sinh(cka) \\
& + ckr^3 e^{cka} - \frac{a (a - 2 r) \left(ckr - \frac{1}{2} \right)}{4} \Big) \Bigg) \Bigg/ (((a^2 + 4 r^2) \cosh(cka) \\
& - 4 r a \sinh(cka) + a^2 - 4 r^2) (\cosh(cka) - 1) ck) \\
SKA_1 := & \left(EIWW \left(\left(-\frac{(a - r)^2 \left(\frac{e^{cka}}{2} + \frac{e^{-cka}}{2} \right)^2}{2} \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. - \frac{(a - r) \left(\frac{e^{cka}}{2} - \frac{e^{-cka}}{2} \right) + r}{2} (a - r) \left(\frac{e^{cka}}{2} + \frac{e^{-cka}}{2} \right) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{r (a - r) \left(\frac{e^{cka}}{2} - \frac{e^{-cka}}{2} \right)}{2} + \frac{a (a - 2 r)}{4} \right) e^{-2 cka} + \frac{r a}{2} - \frac{e^{cka} a r}{2} + \frac{a^2}{4} + \frac{r^2}{4} \right. \\
& \left. - \frac{r^2 e^{cka}}{2} + \frac{e^{2 cka} r^2}{4} - 2 \left(\frac{e^{cka}}{2} + \frac{e^{-cka}}{2} \right)^2 r a + \left((a^2 + r^2) \left(\frac{e^{cka}}{2} - \frac{e^{-cka}}{2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - a^2 r^2 \right) \cosh(cka) + (a^2 + r^2) \left(\frac{e^{cka}}{2} + \frac{e^{-cka}}{2} \right) \sinh(cka) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 r^2 c k a + r a \Big) \left(\frac{e^{c k a}}{2} + \frac{e^{-c k a}}{2} \right) + (-2 a^2 c k r - r^2) \left(\frac{e^{c k a}}{2} - \frac{e^{-c k a}}{2} \right) + a (a^2 c k \\
& - 2 r^2 c k + r) \Big) c k \Bigg) \Bigg/ \left(2 \left((a^2 + 4 r^2) \left(\frac{e^{c k a}}{2} + \frac{e^{-c k a}}{2} \right) - 4 r a \left(\frac{e^{c k a}}{2} - \frac{e^{-c k a}}{2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + a^2 - 4 r^2 \right) \left(\frac{e^{c k a}}{2} + \frac{e^{-c k a}}{2} - 1 \right) \right) \\
SKA_2 & := (r^2 (4 e^{3 c k a} a^2 c k^2 r - 4 e^{3 c k a} a c k^2 r^2 + e^{4 c k a} a^2 c k - 2 c k e^{4 c k a} a r + 2 e^{4 c k a} c k r^2 \\
& - 4 c k^2 a^3 e^{2 c k a} + 8 c k^2 r^2 a e^{2 c k a} - 4 e^{3 c k a} c k r^2 - 4 e^{c k a} a^2 c k^2 r - 4 r^2 c k^2 a e^{c k a} \\
& - 2 e^{4 c k a} a + 4 c k r a e^{2 c k a} + 8 e^{3 c k a} a + 4 c k r^2 e^{c k a} - 12 e^{2 c k a} a - a^2 c k - 2 c k r a \\
& - 2 r^2 c k + 8 e^{c k a} a - 2 a) GIRR) / (2 (e^{4 c k a} a^2 - 4 e^{4 c k a} a r + 4 e^{4 c k a} r^2 + 8 e^{3 c k a} a r \\
& - 16 r^2 e^{3 c k a} - 2 a^2 e^{2 c k a} + 24 e^{2 c k a} r^2 - 8 e^{c k a} a r - 16 r^2 e^{c k a} + a^2 + 4 r a + 4 r^2)) \\
SKA_3 & := -(2 r^2 GIRR - 2 GIRR a^2 c k r - 6 GIRR a c k r^2 + 2 G K a^2 c k r + 6 G K a c k r^2 \\
& - 4 GIRR e^{2 c k a} a r + 4 G K e^{2 c k a} a r - 8 GIRR e^{c k a} a^2 c k^2 r^2 - 8 GIRR e^{c k a} a c k^2 r^3 \\
& + 8 G K e^{c k a} a^2 c k^2 r^2 + 8 G K e^{c k a} a c k^2 r^3 + 4 GIRR e^{c k a} a^2 c k r + 12 GIRR e^{c k a} a c k r^2 \\
& - 4 G K e^{c k a} a^2 c k r - 12 G K e^{c k a} a c k r^2 - GIRR e^{4 c k a} a^2 - 2 GIRR e^{4 c k a} r^2 + G K e^{4 c k a} a^2 \\
& + 2 G K e^{4 c k a} r^2 + 4 GIRR e^{3 c k a} r^2 - 4 G K e^{3 c k a} r^2 + 4 G K e^{c k a} r^2 - 4 GIRR c k r^3 \\
& + 4 G K c k r^3 + 2 GIRR a r - 2 G K a r - 4 GIRR e^{c k a} r^2 + 4 GIRR e^{4 c k a} c k r^3 \\
& - 4 G K e^{4 c k a} c k r^3 - 8 GIRR e^{3 c k a} c k r^3 + 8 G K e^{3 c k a} c k r^3 + 2 GIRR e^{4 c k a} a r \\
& + 4 GIRR e^{2 c k a} a^3 c k - 2 G K e^{4 c k a} a r - 4 G K e^{2 c k a} a^3 c k + 8 GIRR e^{c k a} c k r^3 \\
& - 8 G K e^{c k a} c k r^3 + GIRR a^2 - G K a^2 - 2 G K r^2 - 12 GIRR e^{2 c k a} a c k r^2 \\
& + 12 G K e^{2 c k a} a c k r^2 + 8 G K e^{3 c k a} a c k^2 r^3 + 2 GIRR e^{4 c k a} a^2 c k r - 6 GIRR e^{4 c k a} a c k r^2 \\
& - 8 GIRR e^{2 c k a} a^3 c k^2 r + 16 GIRR e^{2 c k a} a c k^2 r^3 - 2 G K e^{4 c k a} a^2 c k r + 6 G K e^{4 c k a} a c k r^2 \\
& + 8 G K e^{2 c k a} a^3 c k^2 r - 16 G K e^{2 c k a} a c k^2 r^3 - 4 GIRR e^{3 c k a} a^2 c k r + 12 GIRR e^{3 c k a} a c k r^2 \\
& + 4 G K e^{3 c k a} a^2 c k r - 12 G K e^{3 c k a} a c k r^2 + 8 GIRR e^{3 c k a} a^2 c k^2 r^2 - 8 GIRR e^{3 c k a} a c k^2 r^3 \\
& - 8 G K e^{3 c k a} a^2 c k^2 r^2) / (2 c k (e^{4 c k a} a^2 - 4 e^{4 c k a} a r + 4 e^{4 c k a} r^2 + 8 e^{3 c k a} a r \\
& - 16 r^2 e^{3 c k a} - 2 a^2 e^{2 c k a} + 24 e^{2 c k a} r^2 - 8 e^{c k a} a r - 16 r^2 e^{c k a} + a^2 + 4 r a + 4 r^2)) \\
SKA_1 & := - \left(E I W W c k \left(a (a^2 c k - 2 r^2 c k + r) e^{2 c k a} + ((c k a - 1) r^2 - a^2 c k r) e^{3 c k a} + \left(\right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left. - \frac{1}{2} r a + \frac{1}{2} r^2 + \frac{1}{4} a^2 \right) e^{4 c k a} + ((c k a + 1) r^2 + a^2 c k r) e^{c k a} - \frac{a^2}{4} - \frac{r a}{2} - \frac{r^2}{2} \right) \right) \Bigg) \Bigg/ \\
& \left(2 \left(-\frac{e^{2 c k a}}{2} + e^{c k a} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{(a - 2 r)^2 e^{2 c k a}}{2} + (a + 2 r) \left((a - 2 r) e^{c k a} + \frac{a}{2} + r \right) \right) \right) \\
SKA_2 & := \left(4 GIRR r^2 \left(\left(-\frac{a^2 c k}{4} + \left(\frac{c k r}{2} + \frac{1}{2} \right) a - \frac{r^2 c k}{2} \right) e^{4 c k a} + a (a^2 c k^2 - 2 c k^2 r^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - c k r + 3) e^{2 c k a} + (-r a^2 c k^2 + (c k^2 r^2 - 2) a + r^2 c k) e^{3 c k a} + (r a^2 c k^2 + (c k^2 r^2 - 2) a \right. \right. \\
& \left. \left. \right. \right. \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -r^2 ck) e^{cka} + \frac{a^2 ck}{4} + \left(\frac{ck r}{2} + \frac{1}{2} \right) a + \frac{r^2 ck}{2} \right) \Bigg) \Bigg/ (-2 (a - 2 r)^2 e^{4 cka} + (4 a^2 \\
& - 48 r^2) e^{2 cka} - 16 r (a - 2 r) e^{3 cka} - 2 (a + 2 r) (-8 r e^{cka} + a + 2 r)) \\
SKA_3 := & \left(2 \left(\left(-\frac{ck r^3}{2} + \left(\frac{3 cka}{4} + \frac{1}{4} \right) r^2 + \left(-\frac{1}{4} a - \frac{1}{4} a^2 ck \right) r + \frac{a^2}{8} \right) e^{4 cka} - r \left(\right. \right. \right. \\
& - a ck^2 - ck) r^2 + \left(a^2 ck^2 + \frac{3}{2} ck a + \frac{1}{2} \right) r - \frac{a^2 ck}{2} \Big) e^{3 cka} + a \left(-2 r^3 ck^2 + \frac{3 r^2 ck}{2} \right. \\
& \left. \left. \left. + \left(\frac{1}{2} + a^2 ck^2 \right) r - \frac{a^2 ck}{2} \right) e^{2 cka} + r \left((a ck^2 - ck) r^2 + \left(-\frac{3}{2} ck a + \frac{1}{2} + a^2 ck^2 \right) r \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{a^2 ck}{2} \right) e^{cka} + \frac{ck r^3}{2} + \left(\frac{3 cka}{4} - \frac{1}{4} \right) r^2 + \left(\frac{1}{4} a^2 ck - \frac{1}{4} a \right) r - \frac{a^2}{8} \right) (GK \\
& - GIRR) \Bigg) \Bigg/ \left(\left(-\frac{(a - 2 r)^2 e^{4 cka}}{2} - 4 r (a - 2 r) e^{3 cka} + (a^2 - 12 r^2) e^{2 cka} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{(a + 2 r) (-8 r e^{cka} + a + 2 r)}{2} \right) ck \right) \\
S77 := & \left(\left(2 GIRR ck^2 r^4 - 2 ck (GIRR a ck + 2 GIRR - 2 GK) r^3 + \left((GIRR a^2 \right. \right. \right. \\
& + 2 EIWW) ck^2 - 6 a \left(GK - \frac{2 GIRR}{3} \right) ck - 2 GK + 2 GIRR \right) r^2 + 2 a (-EIWW ck^2 \\
& + a (GK - GIRR) ck + GK - GIRR) r - a^2 (-EIWW ck^2 - GIRR + GK) \Big) e^{4 cka} + 4 \left(\right. \\
& - ck^2 GIRR (ck a + 1) r^3 + ck (GIRR a^2 ck^2 - 2 a (GK - GIRR) ck - 2 GK + 2 GIRR) r^2 \\
& + \left(EIWW a ck^3 + ((2 GK - 2 GIRR) a^2 - EIWW) ck^2 + 3 \left(GK - \frac{GIRR}{3} \right) a ck + GK \right. \\
& - GIRR \Big) r - a^2 ck (EIWW ck^2 - GIRR + GK) \Big) r e^{3 cka} - 4 a (-2 r^4 ck^3 GIRR \\
& - 4 ck^2 \left(GK - \frac{3 GIRR}{4} \right) r^3 + ((GIRR a^2 + 2 EIWW) ck^2 + 3 GK) ck r^2 + ((2 GK \\
& - 2 GIRR) a^2 - EIWW) ck^2 + GK - GIRR) r - a^2 ck (EIWW ck^2 - GIRR + GK) \Big) e^{2 cka} \\
& - 4 \left(ck^2 GIRR (ck a - 1) r^3 + ck (GIRR a^2 ck^2 + 2 a (GK - GIRR) ck - 2 GK \right. \\
& + 2 GIRR) r^2 + \left(-EIWW a ck^3 + ((2 GK - 2 GIRR) a^2 - EIWW) ck^2 - 3 \left(GK \right. \right. \\
& - \frac{GIRR}{3} \Big) a ck + GK - GIRR \Big) r - a^2 ck (EIWW ck^2 - GIRR + GK) \Big) r e^{cka} \\
& - 2 GIRR ck^2 r^4 - 2 ck (GIRR a ck - 2 GIRR + 2 GK) r^3 + \left((-GIRR a^2 - 2 EIWW) ck^2 \right. \\
& \left. - 6 a \left(GK - \frac{2 GIRR}{3} \right) ck + 2 GK - 2 GIRR \right) r^2 - 2 (EIWW ck^2 + a (GK - GIRR) ck
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. -GK + GIRR \right) a r + a^2 \left(-EIWW c k^2 - GIRR + GK \right) \Bigg/ \left(2 c k \left((a - 2 r)^2 e^{4 c k a} + 8 r (a - 2 r) e^{3 c k a} + (-2 a^2 + 24 r^2) e^{2 c k a} + (a + 2 r) (-8 r e^{c k a} + a + 2 r) \right) \right) \\
& \quad 5.912761510 \cdot 10^6 \\
& \quad 6.060551555 \cdot 10^{10} \\
& \quad 7.129367520 \cdot 10^{10} \\
SK0_SUM & \coloneqq 1.319051035 \cdot 10^{11} \\
& \quad -1.014357190 \cdot 10^7 \\
& \quad -1.251785361 \cdot 10^7 \\
& \quad 840759.1518 \\
SKA_SUM & \coloneqq -2.182066636 \cdot 10^7 \\
& \quad 1.376473948 \cdot 10^7
\end{aligned} \tag{1}$$